

Thèse présentée pour l'obtention du grade de

DOCTEUR EN PHYSIQUE

Mention : **Constituants élémentaires**

Soutenue publiquement par

Andrei BELOKOGNE

le : 09 décembre 2016

**CHAMPS QUANTIQUES MASSIFS EN ESPACE-TEMPS COURBE ET
TENSEUR D'IMPULSION-ÉNERGIE RENORMALISÉ**

Directeurs :

M Antoine FOLACCI, Professeur, Université de Corse

M Yves DECANINI, Professeur, Université de Corse

Rapporteurs :

M Eric HUGUET, MCF-HDR, Université de Paris VII

M Adrian OTTEWILL, Professeur, University College Dublin

Jury :

M Yves DECANINI, Professeur, Université de Corse

M Antoine FOLACCI, Professeur, Université de Corse

M Eric HUGUET, MCF-HDR, Université de Paris VII

M Adrian OTTEWILL, Professeur, University College Dublin

M Jacques RENAUD, Professeur, Université de Paris-Est

M Thomas SCHUCKER, Professeur, Université d'Aix-Marseille

Champs quantiques massifs en espace-temps courbe et tenseur d'impulsion-énergie renormalisé

Résumé

La théorie quantique des champs en espace-temps courbe est une approximation semi-classique de la gravitation quantique qui, en traitant classiquement la métrique $g_{\mu\nu}$ de l'espace-temps et en considérant du point de vue quantique tous les autres champs (on inclut ici même le champ des gravitons à l'ordre au moins une boucle pour des raisons de cohérence), évite les difficultés dues à la non-renormalisabilité de la gravitation quantique et fournit un cadre qui permet d'étudier les conséquences, à basse énergie, d'une hypothétique "théorie du tout". Il faut rappeler que cette approche a permis aux physiciens d'obtenir des résultats fascinants concernant la cosmologie de l'univers primordial ainsi que la physique des trous noirs et, en particulier, a conduit Parker à la découverte de la création de particules dans des univers en expansion et Hawking à celle du rayonnement quantique des trous noirs.

En théorie quantique des champs en espace-temps courbe, il est admis que la réaction en retour d'un champ quantique dans un état quantique normalisé $|\psi\rangle$ sur la géométrie de l'espace-temps est régie par les équations d'Einstein semi-classiques $G_{\mu\nu} = 8\pi \langle \psi | \hat{T}_{\mu\nu} | \psi \rangle$. Ici, $G_{\mu\nu}$ est le tenseur d'Einstein $R_{\mu\nu} - 1/2 R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$ ou une généralisation d'ordre supérieur de ce tenseur géométrique alors que $\langle \psi | \hat{T}_{\mu\nu} | \psi \rangle$ est la valeur moyenne du tenseur d'impulsion-énergie associé au champ quantique. La quantité $\langle \psi | \hat{T}_{\mu\nu} | \psi \rangle$ est formellement infinie du fait du comportement singulier à courte distance des fonctions de Green du champ quantique. Afin d'extraire une contribution finie et physiquement raisonnable de cette quantité, il est nécessaire de la régulariser puis de renormaliser toutes les constantes de couplage de la théorie. La valeur moyenne renormalisée $\langle \psi | \hat{T}_{\mu\nu} | \psi \rangle_{\text{ren}}$ est d'une importance fondamentale non seulement parce qu'elle agit comme source dans les équations d'Einstein semi-classiques mais aussi parce qu'il nous permet d'analyser l'état quantique $|\psi\rangle$ sans faire aucune référence à son contenu en particules.

Dans la première partie de notre manuscrit, nous avons obtenu, dans la limite des grandes masses, une approximation pour la valeur moyenne renormalisée du tenseur d'impulsion-énergie associé à divers champs massifs (le champ scalaire massif, le champ de Dirac massif et le champ de Proca) se propageant sur l'espace-temps de Kerr-Newmann. Notre calcul est basé sur le développement de DeWitt-Schwinger des fonctions de Green et de l'action effective. Nos résultats sont intéressants parce qu'il n'existe aucun résultat exact sur ce background gravitationnel.

Dans la seconde partie de notre manuscrit, nous avons discuté l'électromagnétisme massif de Stueckelberg sur un espace-temps courbe arbitraire de dimension quatre (invariance de jauge de la théorie classique et quantification covariante ; équations d'ondes pour le champ massif de spin-1 A_μ , pour le champ scalaire auxiliaire de Stueckelberg Φ et pour les champs de fantômes C et C^* ; identité de Ward ; représentation de Hadamard des divers propagateurs de Feynman et développement en séries de Taylor covariantes des coefficients correspondants). Cela nous a permis de construire, pour un état quantique de type Hadamard $|\psi\rangle$, la valeur moyenne renormalisée du tenseur d'impulsion-énergie associé à la théorie de Stueckelberg. Comme applications de nos résultats, (i) nous avons considéré, en espace-temps de Minkowski, l'effet Casimir en dehors d'un milieu parfaitement conducteur et de bord plan, et (ii) nous avons obtenu, dans les espaces-temps de de Sitter et anti-de Sitter, une expression analytique exacte pour la valeur moyenne dans le vide du tenseur d'impulsion-énergie renormalisé du champ vectoriel massif.

Mots clés : Théories quantiques des champs en espace-temps courbe ; Electromagnétisme massif et mécanisme de Stueckelberg ; Tenseur d'impulsion-énergie renormalisé ; Energie du vide ; Espaces-temps de Kerr-Newman, de de Sitter et anti-de Sitter ; Effet Casimir.

Massive quantum fields in curved spacetime and renormalized stress-energy tensor

Abstract

Quantum field theory in curved spacetime is a semiclassical approximation of quantum gravity which, by treating classically the spacetime metric $g_{\mu\nu}$ and considering from a quantum point of view all the other fields (including the graviton field to at least one-loop order for reasons of consistency), avoids the difficulties due to the nonrenormalizability of quantum gravity and provides a framework which permits us to study the low-energy consequences of a hypothetical "theory of everything". It should be recalled that this approach allowed theoretical physicists to obtain fascinating results concerning early universe cosmology and quantum black hole physics and, in particular, led to the discovery of particle creation in expanding universes by Parker and of black hole radiance by Hawking.

In quantum field theory in curved spacetime, it is conjectured that the backreaction of a quantum field in the normalized quantum state $|\psi\rangle$ on the spacetime geometry is governed by the semiclassical Einstein equations $G_{\mu\nu} = 8\pi \langle\psi|\hat{T}_{\mu\nu}|\psi\rangle$. Here, $G_{\mu\nu}$ is the Einstein tensor $R_{\mu\nu} - 1/2 R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$ or some higher-order generalization of this geometrical tensor while $\langle\psi|\hat{T}_{\mu\nu}|\psi\rangle$ is the expectation value of the stress-energy tensor associated with the quantum field. The quantity $\langle\psi|\hat{T}_{\mu\nu}|\psi\rangle$ is ill-defined and formally infinite due to the "pathological" short-distance behavior of the Green functions of the quantum field. In order to extract from $\langle\psi|\hat{T}_{\mu\nu}|\psi\rangle$ a finite and physically acceptable contribution, it is necessary to regularize it and then to renormalize all the coupling constants of the theory. The corresponding renormalized expectation value $\langle\psi|\hat{T}_{\mu\nu}|\psi\rangle_{\text{ren}}$ is of fundamental importance not only because it acts as the source in the semiclassical Einstein equations, but also because it permits us to analyze the quantum state $|\psi\rangle$ without any reference to its particle content.

In the first part of our manuscript, we have obtained a large-mass approximation for the renormalized expectation value of the stress-energy tensor associated with various massive fields (the massive scalar field, the massive Dirac field and the Proca field) propagating on Kerr-Newman spacetime. Our calculations are based on the DeWitt-Schwinger expansion of the Green functions and of the effective action. Our results could be useful because there exists no exact results on this gravitational background.

In the second part of our manuscript, we have discussed Stueckelberg massive electromagnetism on an arbitrary four-dimensional curved spacetime (gauge invariance of the classical theory and covariant quantization; wave equations for the massive spin-1 field A_μ , for the auxiliary Stueckelberg scalar field Φ and for the ghost fields C and C^* ; Ward identities; Hadamard representation of the various Feynman propagators and covariant Taylor series expansions of the corresponding coefficients). This has permitted us to construct, for a Hadamard quantum state $|\psi\rangle$, the renormalized expectation value of the stress-energy tensor associated with the Stueckelberg theory. As applications of our results, (i) we have considered, in the Minkowski spacetime, the Casimir effect outside a perfectly conducting medium with a plane boundary, and (ii) we have obtained, in de Sitter and anti-de Sitter spacetimes, an exact analytical expression for the vacuum expectation value of the renormalized stress-energy tensor of the massive vector field.

Keywords: Quantum field theory in curved spacetime; Massive electromagnetism and Stueckelberg mechanism; Renormalized stress-energy tensor; Vacuum energy; Kerr-Newman, de Sitter and anti-de Sitter spacetimes; Casimir effect.