



UNIVERSITE DE CORSE-PASCAL PAOLI
ECOLE DOCTORALE ENVIRONNEMENT ET SOCIETE
UMR CNRS 6134 (SPE)



**Thèse présentée pour l'obtention du grade de
DOCTEUR EN MECANIQUE DES FLUIDES, ENERGETIQUE,
THERMIQUE, COMBUSTION, ACOUSTIQUE**
Mention : Mécanique, génie mécanique, génie civil

**Soutenue publiquement par
Emmanuelle BAZZALI**

le 16 décembre 2014

**Résonances d'objets élastiques en géométries elliptique et sphéroïdale :
symétrie et levée de dégénérescence**

Directeur :

M. Paul Gabrielli, Professeur, Université de Corse

Co-directeur :

M. Stéphane Ancey, Dr, Université de Corse

Rapporteurs :

M. Bertrand Dubus, DR, Université de Lille 1

M. Jean-Marc Conoir, DR, Université Pierre et Marie Curie

Jury

M. Olivier Legrand, Professeur, Université de Nice Sophia-Antipolis

M. Bertrand Dubus, DR, Université de Lille 1

M. Jean-Marc Conoir, DR, Université Pierre et Marie Curie

M. Paul Gabrielli, Professeur, Université de Corse

M. Stéphane Ancey, Dr, Université de Corse

Membre invité

M. Jean-Pierre Sessarego, DR, LMA

Résumé

Le thème central de cette thèse est l'étude des résonances pour le problème intérieur en élastodynamique (géométries elliptique et sphéroïdale), et pour le problème de diffusion en acoustique (géométrie elliptique). On s'intéresse en particulier à la levée de dégénérescence des résonances liée à la brisure de symétrie de l'objet lors de la transition du disque circulaire vers le disque elliptique (2D), et de la sphère vers le sphéroïde (3D). Ce phénomène est étudié et interprété d'un point de vue théorique en prenant en compte les symétries de l'objet à l'aide de la théorie des groupes. Cette approche est complétée par une modélisation numérique et une partie expérimentale.

En 2D, nous étudions le problème intérieur pour un disque elliptique élastique (étude des modes résonants) et le problème de la diffusion acoustique par des cylindres elliptiques infinis élastiques. Ils sont traités à partir du formalisme modal combiné à la théorie des groupes dans le contexte vectoriel de l'élastodynamique. La levée de dégénérescence des résonances, liée à la brisure de la symétrie circulaire, est observée théoriquement mais aussi expérimentalement pour le problème de diffusion. La méthode simplifie considérablement le traitement numérique des problèmes étudiés, fournit une classification des résonances selon les 4 représentations irréductibles du groupe de symétrie C_{2v} (associé à la géométrie elliptique) et donne une interprétation physique de la levée de dégénérescence en termes de brisure de symétrie du groupe $O(2)$ (invariance par rotation).

Une partie expérimentale en spectroscopie ultrasonore vient compléter l'étude théorique du problème de diffusion. Une série d'expériences en cuve est menée dans le cas de cylindres elliptiques de différentes excentricités en aluminium immergés dans l'eau, dans la bande de fréquence $0 \leq kr \leq 50$, où kr est le nombre d'onde réduit dans le fluide. Les résultats expérimentaux présentent un très bon accord avec les résultats théoriques, la levée de dégénérescence est observée expérimentalement sur des fonctions de forme et mise en évidence sur des diagrammes angulaires.

Le problème intérieur en 3D est traité par une approche expérimentale basée sur la génération et la détection optiques d'ondes élastiques. Une série d'expérimentations sur des objets tridimensionnels en aluminium est réalisée. Ces objets (sphère, sphéroïdes de formes oblate et prolata de différentes excentricités) sont mis en vibration par impacts laser et les mesures de vitesse et de fréquence s'effectuent par vibrométrie laser. On réalise ainsi une comparaison qualitative entre la théorie 2D et l'expérience 3D. Les mesures sont menées à la fois dans les domaines temporel et fréquentiel pour mettre en évidence la levée de dégénérescence des résonances d'une part, et l'onde de Rayleigh qui se propage sur la surface des objets d'autre part. Nous identifions deux trajets pour cette onde en géométrie sphéroïdale, l'un circulaire et l'autre elliptique.

Enfin, dans le cadre des problèmes intérieurs 2D et 3D, on donne une interprétation en termes de rayons à travers la « dualité » entre le spectre des résonances et le spectre des longueurs des orbites périodiques, avec la mise en évidence du phénomène de conversion de mode et l'identification de l'onde de Rayleigh. Un phénomène, nouveau à notre connaissance, vient s'ajouter au phénomène de bifurcation de certaines orbites périodiques. Les orbites avec conversion de mode du disque circulaire élastique se séparent en deux orbites lorsqu'on le déforme vers le disque elliptique. Les longueurs de ces deux orbites sont associées aux trajets minimal et maximal qu'elles parcourent. Cette observation s'interprète comme une conséquence du théorème de Fermat. Dans le cas du sphéroïde, on retrouve les orbites du disque circulaire dans le plan équatorial et celles du disque elliptique dans le plan méridien. Nous mettons également en évidence les pics associés aux deux trajets parcourus par l'onde de Rayleigh en géométrie sphéroïdale sur le spectre des orbites périodiques.

Mots clés : Elastodynamique, résonances, diffusion acoustique, spectroscopie ultrasonore, levée de dégénérescence, orbites périodiques, onde de Rayleigh, génération et détection optiques d'ondes élastiques

Abstract

Resonances for the interior problem in elastodynamics and the acoustic scattering problem are considered in elliptical and spheroidal geometries. Interest is focused on the splitting up of resonances which occurs when the symmetry is broken in the transition from the circular disc to the elliptical one (2D), and from the sphere to the spheroid (3D). From the theoretical point of view, this physical phenomenon is studied and interpreted taking into account the symmetries of the object with the help of group theory. This approach is completed by a numerical modeling and an experimental part.

As far as the two dimensional problems are concerned, the interior problem for an elliptical elastic disc (study of resonant modes) and the acoustic scattering problem for infinite elliptical elastic cylinders are studied combining modal formalism and group theory in the vectorial context of elastodynamics. The splitting up of resonances due to the circular symmetry breaking is not only theoretically observed but also experimentally for the scattering problem. The method significantly simplifies the numerical treatment of the problems studied, provides a full classification of resonances over the 4 irreducible representations of the symmetry group C_{2v} (associated with the elliptical geometry) and gives a physical interpretation of the splitting up in terms of symmetry breaking of the symmetry group $O(2)$ (invariance under rotation).

An experimental part based on ultrasonic spectroscopy complements the theoretical study of the scattering problem. A series of tank experiments is carried out in the case of aluminum elliptical cylinders immersed in water, in the frequency range $0 \leq kr \leq 50$, where kr is the reduced wave number in the fluid. The experimental results provide a very good agreement with the theoretical ones, the splitting up is observed on experimental form functions and the split resonant modes are identified on angular diagrams.

The interior problem in 3D is studied by means of an experimental approach based on the optical generation and detection of elastic waves. A series of experiments is performed on three-dimensional objects in aluminium. These objects (sphere, prolate and oblate spheroids of various eccentricity) are excited by laser impacts, and the velocity and frequency measurements are carried out by laser vibrometry. Theory and experiments are qualitatively compared. The measurements are performed in both the frequency and time domains to highlight the splitting up of resonances on one hand, and the Rayleigh wave propagating on the surface of the objects on the other hand. We emphasize two paths for this surface wave in spheroidal geometry: a circular one in the equatorial plane and an elliptical one in the meridian plane.

Finally, in the context of the interior problems in 2D and 3D, a physical interpretation of resonances in terms of geometrical paths is provided. Mode conversion is highlighted and the Rayleigh wave is identified on the periodic orbits lengths spectrum.

In addition to the bifurcations of some periodic orbits, a phenomenon, new to our knowledge, appears. The orbits with mode conversion of the circular disc split in two orbits when the transition to the elliptic disc occurs. The lengths of these orbits are associated with the minimal and maximal travel paths. This observation is interpreted from Fermat's theorem.

For the spheroid, orbits of the circular disc and those of the elliptical disc are recovered in the equatorial and meridian planes respectively. We also emphasize the peaks associated with the travel paths of Rayleigh wave in spheroidal geometry appearing on the periodic orbits spectrum.

Keywords: Elastodynamics, resonances, acoustic scattering, ultrasonic spectroscopy, splitting up of resonances, periodic orbits, Rayleigh wave, optical generation and detection of elastic waves